EEM211 ELEKTRİK DEVRELERİ-I

Prof. Dr. Selçuk YILDIRIM
Siirt Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği

Kaynak (Ders Kitabı):

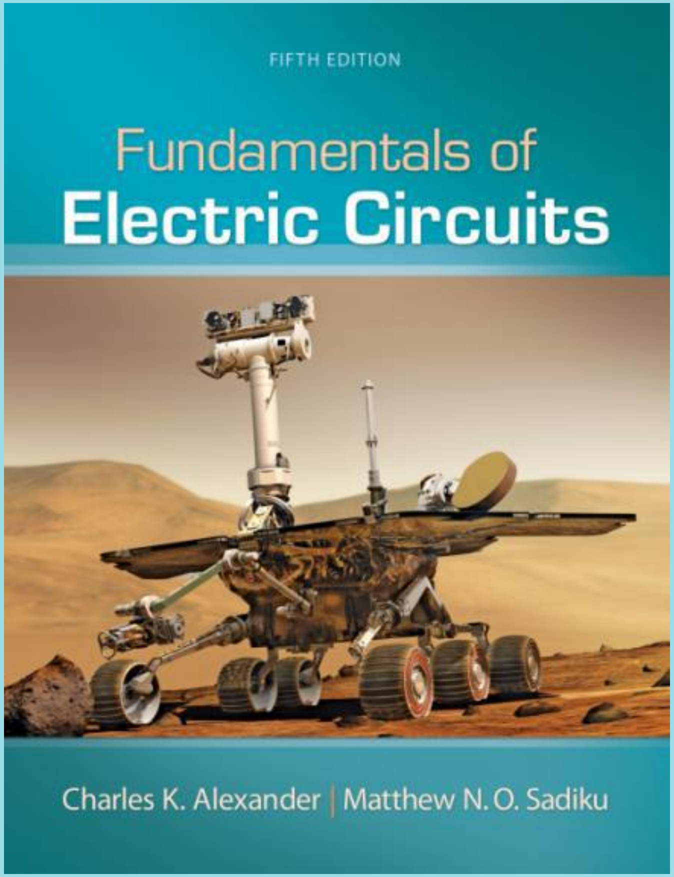
Fundamentals of Electric Circuits

Charles K. Alexander

Matthew N.O. Sadiku

McGraw Hill, 5th edition

ISBN: 978-0073380575, 2013.



7. Bölüm: Birinci Dereceden Devreler

7.1 Giriş

- Üç pasif elemanımız (direnç, kondansatör ve indüktans) ve ayrı olarak bir aktif elemanımız (op-amp) bulunduğundan, iki veya üç pasif elemanın çeşitli birleşimlerini içeren devreleri incelemek istiyoruz.
- Bu bölümde, iki tür basit devreyi inceleyeceğiz:
- Direnç ve kondansatör içeren bir devre ile direnç ve indüktans içeren bir devre.
- Bu devreler, sırasıyla RC ve RL devresi olarak isimlendirilir.
- Bu devreler, elektronik, haberleşme ve kontrol sistemlerinin uygulamalarında bulunur.
- Dirençli devreler için yaptığımız gibi, Kirchhoff kanunlarını uygulayarak RC ve RL devrelerinin analizini gerçekleştireceğiz.

- Tamamen dirençli devrelere Kirchhoff kanunları uygulandığında cebirsel denklemler elde edilirken, RC ve RL devrelerine Kirchhoff kanunları uygulandığında çözümü cebirsel denklemlerden daha zor olan diferansiyel denklemler elde edilir.
- RC ve RL devrelerinin analizinden meydana gelen diferansiyel denklemler birinci derecedendir.
- Bundan dolayı, bu devreler toplu olarak birinci dereceden devreler olarak bilinir.
- Birinci dereceden bir devre, birinci dereceden bir diferansiyel denklem ile gösterilebilir.
- Ayrıca, birinci dereceden devrelerin (RC ve RL) uyartımı için iki yol olduğundan bu devrelerin iki türü vardır.
- Birinci yol, devrelerdeki enerji depolayan elemanların başlangıç şartlarıyla yapılır.
- Kapasitif veya indüktif elemanda başlangıçta enerji depolandığını kabul ettiğimiz bu devreler kaynaksız devreler olarak isimlendirilir.

- Kaynaksız devrelerde, enerji devreden akım akmasına neden olur ve enerji dirençlerde yavaş yavaş tüketilir.
- Kaynaksız devreler, bağımsız kaynaklar olmadan tanımlanmasına rağmen, bağımsız kaynaklara sahip olabilir.
- Birinci dereceden devrelerin uyartılması için ikinci yol bağımsız devrelerdir.
- Bu bölümde, bağımsız kaynaklar olarak dc kaynakları göz önüne alacağız. (Sonraki bölümlerde, sinüsoidal ve üstel kaynakları göz önüne alacağız.)
- Birinci dereceden devrelerin iki türünü ve bu devrelerin uyartılmasının iki yolunu ekleyerek dört durumu bu bölümde inceleyeceğiz.
- En son olarak, RC ve RL devrelerinin dört tipik uygulamasını göz önüne alacağız.

- 7.2 Kaynaksız RC Devresi
- Bir kaynaksız RC devresi, devredeki dc kaynak aniden devreden çıkartıldığında meydana gelir.
- Kondansatörde önceden depolanan enerji dirençlere verilir.
- Şekil 7.1'deki önceden şarj edilmiş ve bir dirençle seri bağlı kondansatörü göz önüne alalım. (Direnç ve kondansatör, dirençlerin ve kondansatörlerin birleştirilmesiyle oluşan eşdeğer direnç ve eşdeğer kapasite olabilir.)
- Amacımız, kondansatörde düşen $v(t)$ gerilimini, yani devre cevabını bulmaktır.

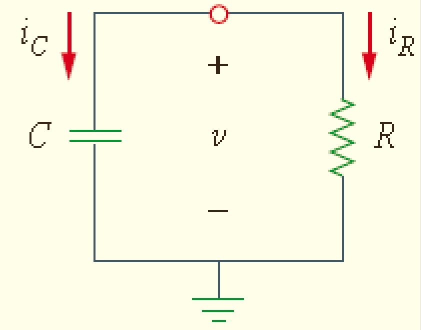


Figure 7.1

- Kondansatör başlangıçta şarj edilmiş olduğundan, $t = 0$ anında başlangıç gerilimini,

$$v(0) = V_0$$

olarak kabul ediyoruz. Depolanan enerji ise,

$$w(0) = \frac{1}{2} C {V_0}^2$$

- Şekil 7.1'de üstteki düğüme KAK uygulanarak,

$$i_C + i_R = 0$$

- $i_C = C\frac{dv}{dt}$ ve $i_R = \frac{v}{R}$ tanımları kullanılarak,

$$C\frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = 0$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC} = 0$$

- v 'nin sadece birinci türevini gerektirdiğinden, bu birinci dereceden bir diferansiyel denklemdir.

- Bu denklemin çözümü için, terimler tekrar düzenlenirse,

$$\frac{dv}{v} = -\frac{1}{RC}dt$$

- Her iki tarafın integrali alınırsa,

$$\ln v = -\frac{t}{RC} + \ln A$$

- Burada $\ln A$ integrasyon sabitidir. Böylece,

$$\ln \frac{v}{A} = -\frac{t}{RC}$$

- e ’nin üssü alınırsa,

$$v(t) = Ae^{-t/RC}$$

elde edilir. $v(0) = A = V_0$ başlangıç şartı yerine yazılırsa,

$$v(t) = V_0e^{-t/RC}$$

- Bu denklem, RC devresinin gerilim cevabının başlangıç gerilimini üstel bir şekilde azaldığını göstermektedir.
- Devrenin cevabı, depolanan başlangıç enerjisi ve devrenin fiziksel karakteristikleri nedeniyle oluştuğundan ve harici bir gerilim ve akım kaynağı etkisiyle meydana gelmediğinden devrenin doğal cevabı olarak isimlendirilir.

- Devrenin doğal cevabı, harici uyartım kaynakları olmayan devrenin davranışını (gerilimler ve akımlar cinsinden) ifade eder.
- Doğal cevap, Şekil 7.2'de grafik olarak gösterilmiştir.
- $t = 0$ 'da $v(0) = V_0$ başlangıç şartı sağlanmıştır. t arttıkça, gerilim sıfıra doğru azalmaktadır.
- Gerilimin azalma hızı zaman sabiti olarak ifade edilir ve τ ile gösterilir.
- Devrenin zaman sabiti, gerilimin başlangıç değerinin $\frac{1}{e}$ faktörü veya % 38.8 oranında azalmasına karşılık gereken zamandır.
- Bu, $t = \tau$ olduğu durumda sağlanır.
- $V_0 e^{-\tau/RC} = V_0 e^{-1} = 0.368 V_0$

  veya
- $\tau = RC$

  yazılır. Zaman sabiti cinsinden devrenin gerilim cevabı şöyle yazılır:
- $v(t) = V_0 e^{-t/\tau}$

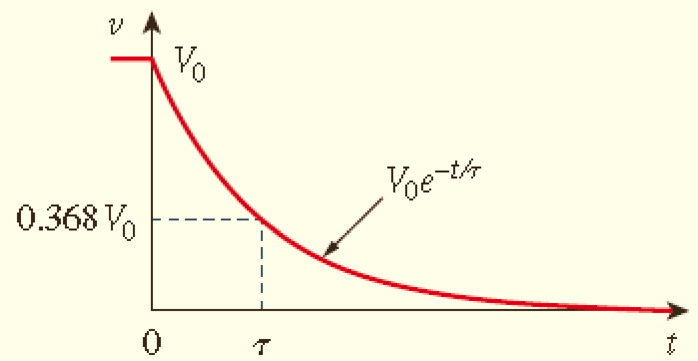


Figure 7.2
The voltage response of the RC circuit.

- Hesaplanan $v(t)/V_0$ değerleri Tablo 7.1'de gösterilmiştir. Tablo 7.1'den 5τ (beş zaman sabiti) sonra $v(t)$ geriliminin, V_0 geriliminin %1'den daha küçük olduğu bellidir.
- Böylece, kondansatörün beş zaman sabiti sonra tamamen deşarj (veya şarj) olduğu kabul edilmektedir.
- Diğer bir deyişle, devrenin zamanla değişiklik gerçekleşmediği son durumu veya sürekli durumuna ulaşması için 5τ süre alır.
- τ'nun her zaman aralığı için, gerilim önceki değerinin % 36.8 'i kadar azalır.
- t'nin değerine bakılmaksızın,
- $v(t+\tau) = v(t)/e = 0.368v(t)$ olur.
- $\tau = RC$ denkleminden gerilim daha hızlı azaldığında daha hızlı cevap verdiğini zaman sabitinin daha küçük olduğunu görebiliriz.

TABLE 7.1

Values of $v(t)/V_0 = e^{-t/\tau}$.

t	$v(t)/V_0$
τ	0.36788
2τ	0.13534
3τ	0.04979
4τ	0.01832
5τ	0.00674

- Şekil 7.4’de küçük zaman sabitli bir devrede, depolanan enerjinin daha hızlı tüketilmesi nedeniyle sürekli duruma daha hızlı ulaştığından daha hızlı cevap verdiği gösterilmiştir.
- Büyük zaman sabitli bir devre, sürekli duruma daha uzun sürede ulaştığı için daha yavaş cevap verir.
- Herhangi bir değerde, zaman sabitinin küçük veya büyük olup olmamasına göre, devre beş zaman sabitinde sürekli duruma ulaşır.

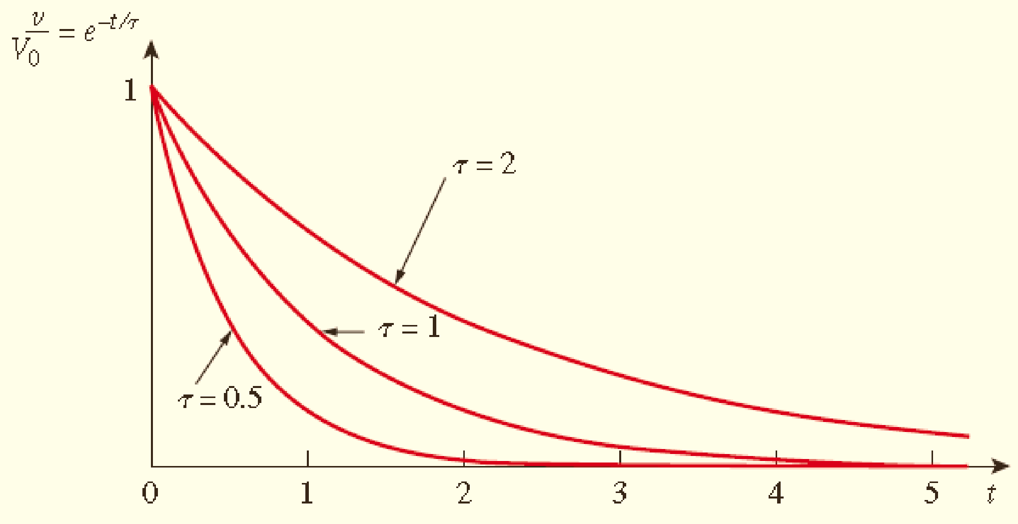


Figure 7.4

- .

- $v(t) = V_0 e^{-t/\tau}$ denklemindeki $v(t)$ gerilimiyle $i_R(t)$ akımını bulabiliriz.

$$i_R(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{V_0}{R} e^{-t/\tau}$$

- Dirençte harcanan güç,

$$p(t) = v i_R = \frac{{V_0}^2}{R} e^{-2t/\tau}$$

- t zamanına kadar direnç tarafından çekilen enerji,
- $w_R(t) = \int_0^t p(\lambda) d\lambda = \int_0^t \frac{{V_0}^2}{R} e^{-2\lambda/\tau} d\lambda$
- $= \frac{\tau {V_0}^2}{2R} e^{-2\lambda/\tau} \Big|_0^t = \frac{1}{2} C {V_0}^2 \left(1 - e^{-2t/\tau}\right), \qquad \tau = RC$
- $t \to \infty$ için $w_R(\infty) = \frac{1}{2} C {V_0}^2$
- t süresinde direnç tarafından çekilen bu enerji, başlangıçta kondansatörde depolanan enerjiye eşittir.
- Başlangıçta kondansatörde depolanan enerji sonuçta dirençte harcanır.
- Özet olarak, kaynaksız bir RC devresinde aşağıdakiler bulunur:

1. Kondansatördeki başlangıç gerilimi, $v(0) = V_0$
2. Zaman sabiti τ.

- 7.2 Kaynaksız RL Devresi
- Şekil 7.11'deki gibi, bir direnç ile indüktansın seri bağlantısını göz önüne alalım.
- Amacımız, indüktanstan geçen $i(t)$ akımı olarak kabul edeceğimiz devrenin cevabını bulmaktır.
- İndüktansın akımının anlık olarak değişmediği gerçeğinin avantajından faydalanmak amacıyla cevap olarak indüktansın akımını seçiyoruz.
- $t = 0$ anında indüktansın başlangıç akımının I_0 olduğunu kabul edelim.

$$i(0) = I_0$$

$$w(0) = \frac{1}{2} L {I_0}^2$$

- Şekil 7.11'de çevreye KGK uygulanırsa,

$$v_L + v_R = 0$$

- $v_L = L\frac{di}{dt}$ ve $v_R = iR$ olduğundan,

$$L\frac{di}{dt} + Ri = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = 0$$

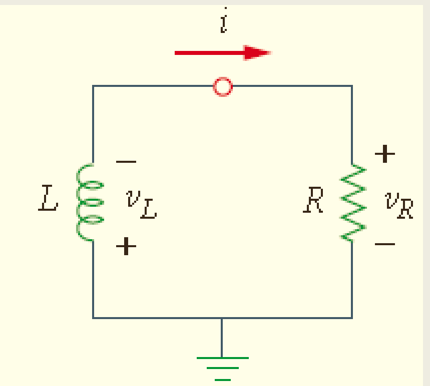


Figure 7.11

- Terimler düzenlenir ve integrali alınırsa,

$$\int_{I_0}^{i(t)} \frac{di}{i} = -\int_0^t \frac{R}{L} dt$$

$$\ln i \Big|_{I_0}^{i(t)} = -\frac{R}{L} t \Big|_0^t \quad \Longrightarrow \quad \ln i(t) - \ln I_0 = -\frac{Rt}{L} + 0$$

veya

$$\ln \frac{i(t)}{I_0} = -\frac{Rt}{L}$$

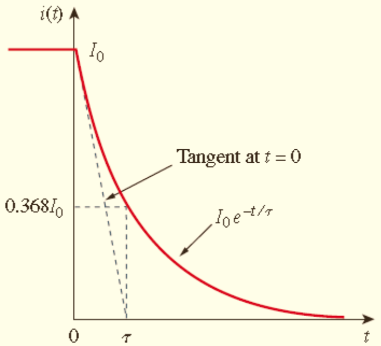


Figure 7.12

e'nin üssü alınarak,

$$i(t) = I_0 e^{-Rt/L}$$

elde edilir. Bu sonuç, RL devresinin doğal cevabının, başlangıç akımının üstel olarak azalması şeklinde olduğunu göstermektedir.

- Şekil 7.12'de akım cevabı gösterilmiştir.
- Bu denklemden RL devresi için zaman sabitinin $\tau = \frac{L}{R}$ olduğu bellidir. Böylece,

$$i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$

yazılabilir.

- $i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$ akım denklemini kullanarak, dirençteki gerilim düşümünü bulabiliriz.

$$v_R(t) = iR = I_0 R e^{-t/\tau}$$

- Dirençte harcanan güç,

$$p(t) = v_R i = {I_0}^2 R e^{-2t/\tau}$$

- Direnç tarafından çekilen enerji,
- $w_R(t) = \int_0^t p(\lambda) d\lambda = \int_0^t {I_0}^2 R e^{-2t/\tau} d\lambda = -\frac{\tau}{2} {I_0}^2 R e^{-2\lambda/\tau} \Big|_0^t$
- $w_R(t) = \frac{1}{2} L {I_0}^2 \left(1 - e^{-2t/\tau}\right), \qquad \tau = \frac{L}{R}$
- $t \to \infty$ için $w_R(\infty) = \frac{1}{2} L {I_0}^2$
- t süresinde direnç tarafından çekilen bu enerji, başlangıçta indüktansta depolanan enerjiye eşittir.
- Başlangıçta indüktansta depolanan enerji sonuçta dirençte harcanır.
- Özet olarak, kaynaksız bir RL devresinde aşağıdakiler bulunur:

1. İndüktanstan geçen başlangıç akımı, $i(0) = I_0$
2. Devrenin zaman sabiti τ.

- 7.4 Tekillik Fonksiyonları
- Geçici durum analizinin anlaşılabilmesi için faydalanacağımız bazı matematiksel kavramları göz önüne alacağız.
- Anahtarlama fonksiyonları olarak da isimlendirilen tekillik fonksiyonları devre analizinde kullanılan çok faydalı fonksiyonlardır.
- Bu fonksiyonlar anahtarlama işlemli devrelerde ortaya çıkan anahtarlama sinyalleri için iyi yaklaşımlar verirler.
- Tekillik fonksiyonları ya süreksizdir veya süreksiz türevlere sahiptir.
- Devre analizinde genellikle üç tekillik fonksiyonu kullanılır:
- Birim basamak, birim darbe ve birim rampa fonksiyonları.
- Birim basamak fonksiyonu $u(t)$, t ’nin negatif değerleri için 0 ve t ’nin pozitif değerleri için 1’dir.

- Birim basamak fonksiyonu 0'dan 1'e aniden değiştiğinden $t = 0$'da tanımsızdır.
- Birim basamak fonksiyonu matematiksel olarak şöyle tanımlanır.

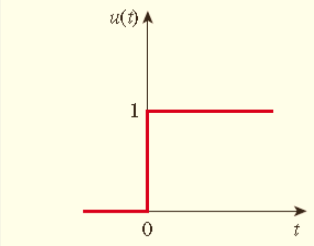
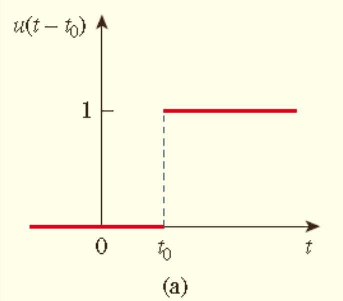


Figure 7.23
The unit step function.

- $u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$



- $u(t - t_0) = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ 1, & t > t_0 \end{cases}$
- $u(t)$, t_o saniye kadar gecikmiştir.

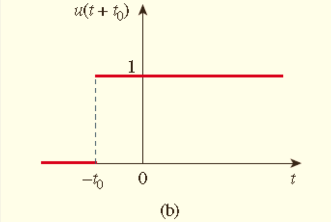


Figure 7.24
(a) The unit step function delayed by t_0, (b) the unit step advanced by t_0.

- $u(t + t_0) = \begin{cases} 0, & t < -t_0 \\ 1, & t > -t_0 \end{cases}$
- $u(t)$, t_o saniye kadar ileridedir.

- Gerilim veya akımdaki ani değişimi göstermek için basamak fonksiyonunu kullanırız.
- Örneğin, $v(t) = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ V_0, & t > t_0 \end{cases}$

gerilimi birim basamak fonksiyonları cinsinden,

$$v(t) = V_0 u(t - t_0)$$

olarak ifade edilebilir.

- $t_0 = 0$ alırsak $v(t)$ gerilimi basitçe $V_0 u(t)$ basamak gerilimi olur.
- Şekil 7.25(a)'da bir $V_0 u(t)$ gerilim kaynağı ve Şekil 7.25(b)'de bu kaynağın eşdeğeri gösterilmiştir.

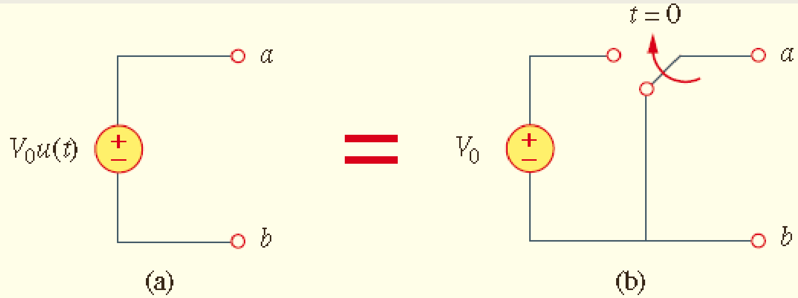


Figure 7.25
(a) Voltage source of $V_0 u(t)$, (b) its equivalent circuit.

- Şekil 7.25(b)'deki gibi a-b uçları $t < 0$ için kısa devre edildiğinde $v = 0$ olur ve $t > 0$ için uçlarında $v = V_0$ görünür.

- Benzer şekilde, Şekil 7.26(a)'daki $I_0 u(t)$ akım kaynağı Şekil 7.26(b)'deki eşdeğer devre ile gösterilmiştir.
- $t < 0$ için açık devre $(i = 0)$ olur ve $t > 0$ için $i = I_0$ akımı akar.

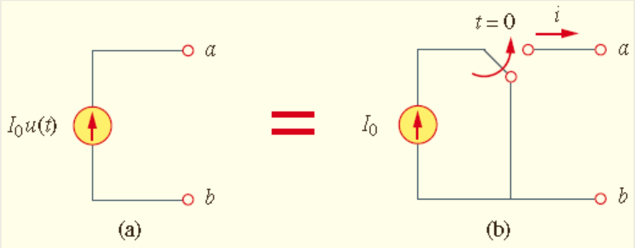


Figure 7.26
(a) Current source of $I_0 u(t)$, (b) its equivalent circuit.

- $u(t)$ birim basamak fonksiyonunun türevi, birim darbe fonksiyonu (veya delta fonksiyonu) $\delta(t)$ olarak bilinir.

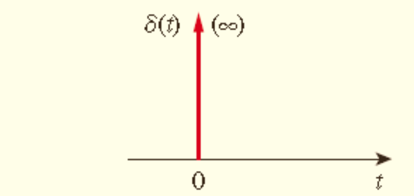


Figure 7.27
The unit impulse function.

- $$\delta(t) = \frac{d}{dt}u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ tanımsız, & t = 0 \\ 0, & t > 0 \end{cases}$$

- $u(t)$ birim basamak fonksiyonunun integrali, birim rampa fonksiyonu $r(t)$ 'dir.

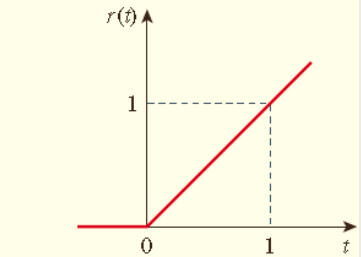


Figure 7.29
The unit ramp function.

- $$r(t) = \int_{-\infty}^{t} u(\lambda)d\lambda = tu(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ t, & t \geq 0 \end{cases}$$

- 7.5 RC Devresinin Basamak Cevabı
- RC devresine aniden dc kaynak uygulandığında, gerilim veya akım kaynağı bir birim basamak fonksiyonu olarak modellenebilir ve cevabı basamak cevabı olarak bilinir.
- Bir devrenin basamak cevabı, gerilim veya akım kaynağı olabilen basamak fonksiyonuyla uyartıldığında verdiği cevaptır.
- Basamak cevabı, bir dc gerilim veya akım kaynağının aniden uygulanmasıyla devrenin verdiği cevaptır.
- Şekil 7.40(a)'daki RC devresi, Şekil 7.40(b)'deki devre ile gösterilebilir. Burada, V_s sabit bir dc gerilimdir.

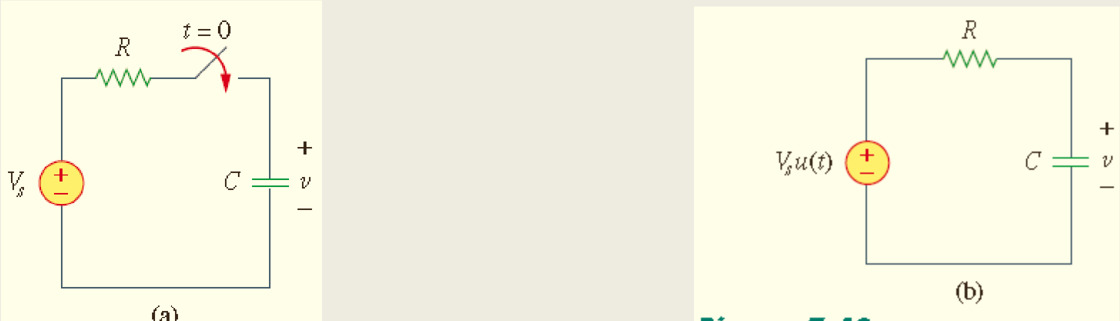


Figure 7.40

- Kondansatörün gerilimini bulunacak devre cevabı olarak seçiyoruz.
- Basamak cevabı için zorunlu olmamasına rağmen kondansatörün başlangıç gerilimini V_0 seçiyoruz.

- Kondansatörün gerilimi anlık değişemeyeceğinden,

$$v(0^-) = v(0^+) = V_0$$

- Burada, $v(0^-)$ anahtarlamadan hemen önce kondansatörün gerilimi ve $v(0^+)$ anahtarlamadan hemen sonraki gerilimidir.

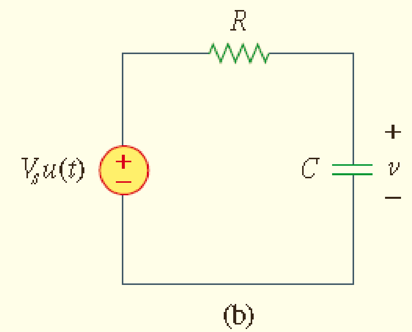


Figure 7.40
An *RC* circuit with voltage step input.

- KAK uygulanarak,

$$C\frac{dv}{dt} + \frac{v - V_s u(t)}{R} = 0$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC} = \frac{V_s}{RC}u(t)$$

- Burada v kondansatörün uç gerilimidir. $t > 0$ için,

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{RC} = \frac{V_s}{RC}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{v - V_s}{RC}$$

$$\frac{dv}{v - V_s} = -\frac{dt}{RC}$$

- Her iki tarafın integrali alınarak ve başlangıç şartları yerine yazılarak,

$$\ln(v - V_s)\Big|_{V_0}^{v(t)} = -\frac{t}{RC}\Big|_0^t$$

$$\ln(v(t) - V_s) - \ln(V_0 - V_s) = -\frac{t}{RC} + 0$$

$$\ln\frac{v(t) - V_s}{V_0 - V_s} = -\frac{t}{RC} + 0$$

Her iki tarafın üssü alınırsa,

$$\frac{v(t) - V_s}{V_0 - V_s} = e^{-\frac{t}{\tau}}, \qquad \tau = RC$$

$$v(t) - V_s = (V_0 - V_s)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$v(t) = V_s + (V_0 - V_s)e^{-\frac{t}{\tau}}, \qquad t > 0$$

$$v(t) = \begin{cases} V_0, & t < 0 \\ V_s + (V_0 - V_s)e^{-t/\tau}, & t > 0 \end{cases}$$

- Bu RC devresinin tam cevabı olarak bilinir. $V_s > V_0$ kabul edilerek $v(t)$ gerilimi Şekil 7.41'deki gibi çizilir.
- Eğer kondansatör başlangıçta şarj edilmemişse, $V_0 = 0$ olur.
- $v(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ V_s(1 - e^{-t/\tau}), & t > 0 \end{cases}$

  veya aşağıdaki gibi yazılabilir.
- $v(t) = V_s(1 - e^{-t/\tau})u(t)$

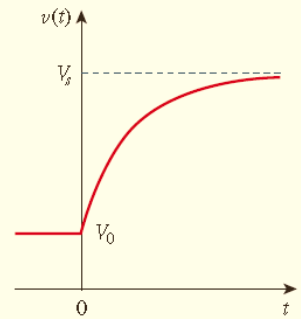


Figure 7.41
Response of an RC circuit with initially charged capacitor.

- Bu, başlangıçta şarj edilmemiş bir kondansatör olduğunda RC devresinin tam basamak cevabıdır.
- Kondansatörden geçen akımı $i(t) = C\, dv/dt$ 'den elde ederiz.

$$i(t) = C\frac{dv}{dt} = \frac{C}{\tau}V_s e^{-t/\tau}, \qquad \tau = RC, \qquad t > 0$$

$$i(t) = \frac{V_s}{R}e^{-t/\tau}u(t)$$

- $v(t) = V_s(1 - e^{-t/\tau})u(t)$

  denkleminde $v(t)$'nin in iki bileşeni vardır.
- Birincisi, doğal cevap ve zorlanmış cevap,
- İkincisi geçici durum cevabı ve sürekli durum cevabı.
- $Tam\ cevap\ = \underbrace{doğal\ cevap}_{depolanan\ enerji} + \underbrace{zorlanmış\ cevap}_{bağımsız\ kaynak}$

  veya

$$v = v_d + v_z$$

  Burada,

$$v_d = V_0 e^{-t/\tau}$$

$$v_z = V_s(1 - e^{-t/\tau})$$

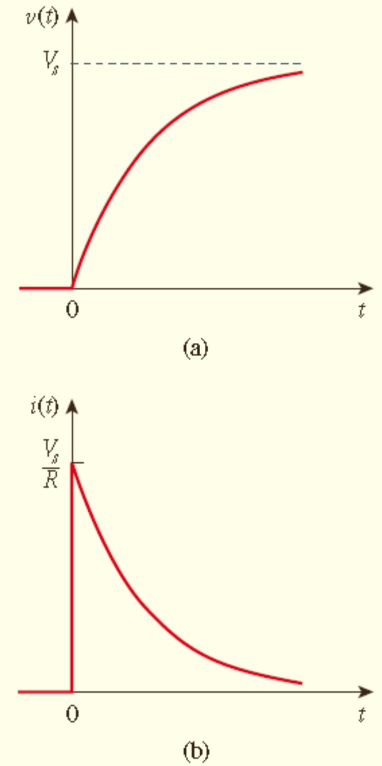


Figure 7.42
Step response of an *RC* circuit with initially uncharged capacitor: (a) voltage response, (b) current response.

- Zorlanmış cevap, devreye harici bir kuvvet (bir gerilim kaynağı) uygulandığında oluşur.
- Doğal cevap sonuçta, zorlanmış cevabın geçici bileşeniyle birlikte kaybolur. Sadece zorlanmış cevabın sürekli durum bileşeni kalır.

- Tam cevabı bulmanın diğer bir yolu, geçici ve kalıcı cevaptan oluşur.
- Geçici cevap, v_t , tam cevabın sonsuzdan zaman olarak sıfıra doğru azalan kısmıdır.
- Geçici durum cevabı, zamanla tükenecek olan devrenin geçici cevabıdır.
- Sürekli durum cevabı, tam cevabın geçici durum cevabı bittikten sonra kalan kısmıdır.
- Sürekli durum cevabı, harici bir kaynak uygulandıktan sonra devrenin uzun bir süre gösterdiği davranışıdır.

- $Tam\ cevap\ =\ \underbrace{geçici\ durum\ cevabı}_{geçici\ kısım} + \underbrace{sürekli\ durum\ cevabı}_{kalıcı\ kısım}$

veya

$$v = v_{gd} + v_{sd}$$

Burada,

$$v_{gd} = (V_0 - V_s)e^{-t/\tau}$$

$$v_{sd} = V_s$$

- Tam cevabın ilk ayrışımı, kaynaklar cinsinden cevaplar, ikinci ayrışımı cevapların sürekliliği cinsindendir.
- Belirli şartlar altında doğal cevap ve geçici durum cevabı aynıdır.
- Aynı durum zorlanmış cevap ve sürekli durum cevabı için de söylenebilir.
- Gördüğümüz hangi yol olursa olsun, tam çözüm şöyle yazılabilir.

$$v(t) = v(\infty) + [v(0) - v(\infty)]e^{-t/\tau}$$

- Burada, $v(0)$ gerilimi $\mathrm{t} = 0^+$ ’daki başlangıç gerilimidir.
- $v(\infty)$ gerilimi son veya sürekli durum değeridir.
- Böylece RC devresinin basamak cevabını bulmak için üç şey gerekir:

1. Kondansatörün başlangıç gerilimi $v(0)$.
2. Kondansatörün son gerilimi $v(\infty)$.
3. Zaman sabiti τ.

- Verilen devreden, 1. maddeyi $t < 0$ için, 2 ve 3’ü $t > 0$ için elde ederiz.
- Anahtarın $t = 0$ yerine $t = t_0$’da pozisyonu değiştirilirse zaman gecikmesi olur.

$$v(t) = v(\infty) + [v(t_0) - v(\infty)]e^{-(t-t_0)/\tau}$$

- Burada, $v(t_0)$ gerilimi, $t = {t_0}^+$ ’daki başlangıç değeridir.

- 7.6 RL Devresinin Basamak Cevabı
- Şekil 7.48(a)’daki RL devresi, Şekil 7.48(b)’deki devre ile gösterilebilir.
- Buradaki amacımız, devre cevabı olarak indüktansın akımını bulmaktır.
- Devre cevabı, geçici durum cevabı ile sürekli durum cevabının toplamı olsun.
- $i = i_{gd} + i_{sd}$
- Geçici durum cevabının daima üstel bir şekilde azaldığını biliyoruz.
- $i_{gd} = Ae^{-t/\tau}, \qquad \tau = \frac{L}{R}$
- Burada A, bulunacak olan bir sabittir.

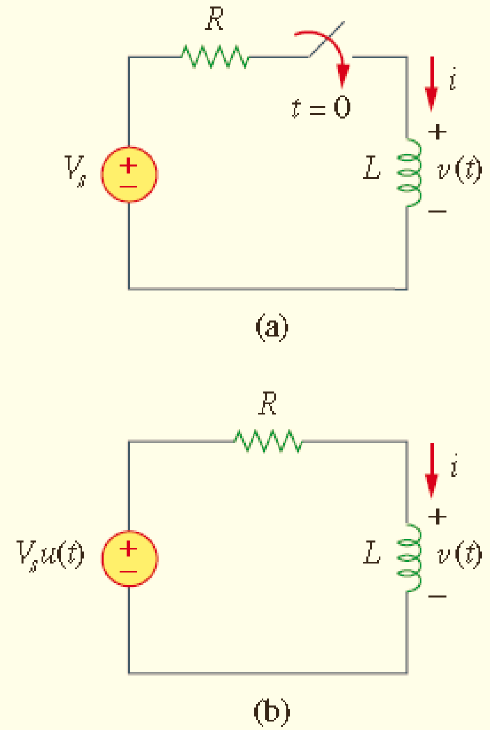


Figure 7.48
An RL circuit with a step input voltage.

- Sürekli durum cevabı, Şekil 7.48(a)'daki anahtar uzun bir süre kapalı kaldıktan sonra devreden geçen akım değeridir.
- 5τ süresinden sonra geçici durum cevabının ortadan kalktığını biliyoruz.
- Bu süre sonunda, indüktans kısa devre olur ve indüktansta düşen gerilim sıfır olur. V_s kaynak geriliminin tamamı R direnci üzerinde görünür.
- Böylece, sürekli durum cevabı;
- $i_{sd} = \frac{V_s}{R}$
- olur. Devrenin cevabı, geçici durum cevabı ile sürekli durum cevabının toplamı olduğundan,
- $i = i_{gd} + i_{sd}$
- $i = Ae^{-t/\tau} + \frac{V_s}{R}$
- Şimdi i akımının başlangıç değerini kullanarak A sabitini bulacağız.
- İndüktanstan geçen başlangıç akımı I_0 olsun.
- İndüktansın akımı aniden değişemeyeceğinden,
- $i(0^+) = i(0^-) = I_0$ olur.

- $i = Ae^{-t/\tau} + \frac{V_s}{R}$ denklemi, $t = 0$ anında,
- $I_0 = A + \frac{V_s}{R}$
- olur. Buradan, A sabitini elde ederiz.
- $A = I_0 - \frac{V_s}{R}$
- Denklemde A'yı yerine yazarsak,
- $i(t) = \frac{V_s}{R} + (I_0 - \frac{V_s}{R})e^{-t/\tau}$

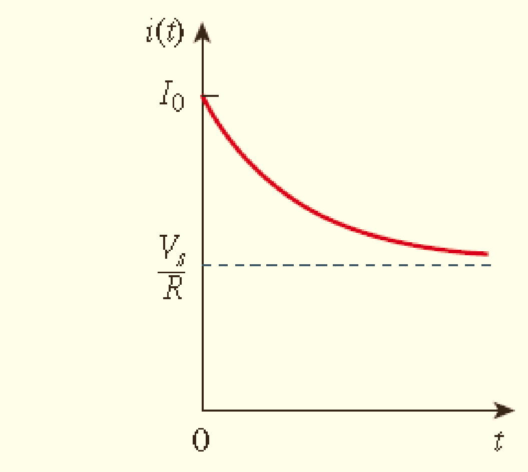


Figure 7.49

- Bu, RL devresinin tam cevabıdır. Bu cevap Şekil 7.49'da gösterilmiştir.
- RL devresini akım cevabı şu şekilde yazılabilir.
- $i(t) = i(\infty) + [i(0) - i(\infty)]e^{-t/\tau}$
- Burada, $i(0)$ ve $i(\infty)$ sırasıyla i 'nin başlangıç ve son akım değerleridir.
- Böylece RL devresinin basamak cevabını bulmak için üç şey gerekir:

1. İndüktansın $t = 0$ 'daki başlangıç akımı $i(0)$.
2. İndüktansın son akımı $i(\infty)$.
3. Zaman sabiti τ.

- Verilen devreden, 1. maddeyi $t < 0$ için, 2 ve 3'ü $t > 0$ için elde ederiz.
- Böylece, devrenin akım cevabını bulmuş oluruz. Bu yöntemin sadece basamak cevapları için uygulandığını unutmamalıyız.
- Anahtarlama $t = 0$ yerine $t = t_0$'da yapılırsa,

$$i(t) = i(\infty) + [i(t_0) - i(\infty)]e^{-(t-t_0)/\tau}$$

- $I_0 = 0$ ise,

$$i(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \dfrac{V_s}{R}\,(1 - e^{-t/\tau}), & t > 0 \end{cases}$$

veya aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$i(t) = \frac{V_s}{R}\,(1 - e^{-t/\tau})u(t)$$

- Bu, indüktansın başlangıç akımı olmadığında RL devresinin tam basamak cevabıdır.

- İndüktanstaki gerilim düşümünü $v(t) = L\, di/dt$ ’den elde ederiz.

$$v(t) = L\frac{di}{dt} = V_s\frac{L}{\tau R}e^{-t/\tau}, \qquad \tau = \frac{L}{R}, \qquad t > 0$$

veya

$$v(t) = V_s e^{-t/\tau}u(t)$$

- Şekil 7.50’de başlangıç akımı olmayan indüktansın bulunduğu RL devresinin basamak cevapları gösterilmiştir.

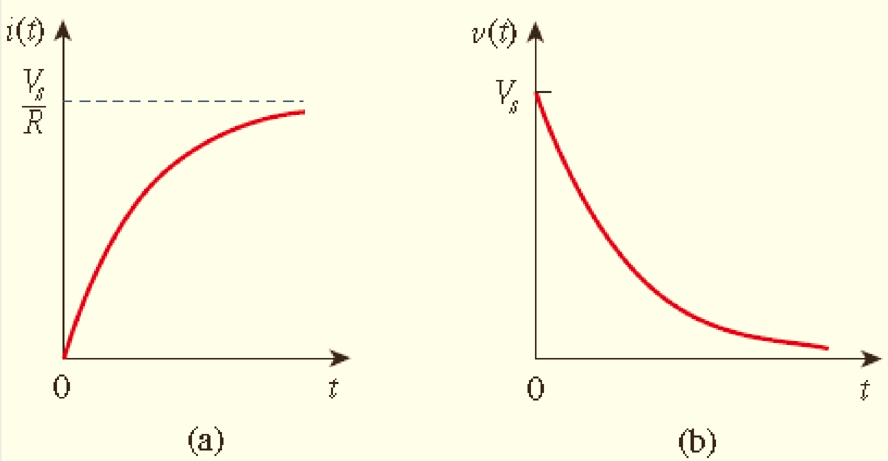


Figure 7.50
Step responses of an *RL* circuit with no initial inductor current: (a) current response, (b) voltage response.

- .